**O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VAZIRLIGI MUHAMMAD AL-XORAZMIY NOMIDAGI TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI QARSHI FILIALI**

**KOMPYUTER INJINIRING FAKULTETI**

**11-22 GURUH TALABASINING**

**“Differensial tenglamalar “**

**FANIDAN**

**2-MUSTAQIL ISHI**

**Bajardi:**

**Qabul qildi: Yangiboyev.Z**

**QARSHI 2023**

**TEYLOR VA MAKLOREN QATORLARI. ASOSIY ELEMENTAR FUNKSIYALARNI QATORLARGA YOYISH. BINOMIAL QATOR. QATORLARNI TAQRIBIY HISOBLASHLARGA QOʻLLASH. DIFFERENTSIAL TENGLAMALARNI QATORLAR YORDAMIDA YECHISH**

**REJA:**

1. Teylor va Makloren qatorlari
2. Binomial qator
3. Differentsial tenglamalarni qatorlar yordamida yechish

**Tеylor va Maklorеn qatorlari.** Ma’lumki berilgan ushbu

**** (1)

darajali qatorning yig‘indisi (*x*0–*R*, *x*0*+R*) yaqinlashish oralig‘ida ixtiyoriy marta differensiallanuvchi biror *S*(*x*) funksiyani aniqlaydi. Endi bu masalani teskarisini, ya’ni yig‘indisi berilgan *f*(*x*) funksiyaga teng bo‘lgan (1) darajali qatorni topish masalasini qaraymiz. Albatta bunda *f*(*x*) funksiya biror *x=x*0 nuqta va uning qandaydir atrofidaixtiyoriy marta differensiallanuvchi deb hisoblanadi. Bu muammo juda ko‘p nazariy va amaliy masalalarni yechishda paydo bo‘ladi va ularning ayrimlarini keyinchalik ko‘rib o‘tamiz. Buning uchun *x=x*0 nuqtaning biror atrofida

**** (2)

tenglik o‘rinli deb faraz qilamiz. Bu tenglikdagi *an* (*n*=0,1,2,∙∙∙) koeffitsiyentlarni topamiz. Dastlab (2) darajali qatorda *x=x*0 deb *a*0=*f*(*x*0)= *f*(0)(*x*0) ekanligini ko‘ramiz. Endi (2) darajali qatorni hadlab differensiallab,

****

tenglikka ega bo‘lamiz va undan *a*1=*f* ′(*x*0)= *f* (1)(*x*0) natijani olamiz. Oxirgi darajali qatorni yana bir marta differensiallab,

****

darajali qatorni hosil etamiz va unda *x=x*0 deb *a*2=*f*′′(*x*0)/(2∙1)= *f*(2)(*x*0)/2! ekanligini ko‘ramiz. Bu jarayonni davom ettirib, (2) darajali qator koeffitsiyentlari uchun

 (3)

formulani hosil qilamiz.

(3) formula orqali topiladigan *an* koeffitsiyentlardan foydalanib, ushbu darajali qatorni hosil etamiz:

 . (3)

**Ta'rif**. (3) darajali qator *f*(*x*) funksiya uchun ***Teylor qatori*** deb ataladi.

Shuni ta’kidlab o‘tish kerakki, (3) qatorga o‘xshash qatorlar dastlab 1694 yilda shveytsariyalik buyuk matematik I. Bernulli tomonidan qaralgan, ammo (3) ko‘rinishda ingliz matematigi B.Teylor (1685–1731 y.) tomonidan 1812 yilda chop etilgan.

Berilgan *f*(*x*) bo‘yicha hosil qilingan (3) Teylor qatorini qarayotganimizda quyidagi uch hol bo‘lishi mumkin:

* (3) darajali qator *x=x*0 nuqtadan boshqa barcha nuqtalarda uzoqlashuvchi ;
* (3) qator yaqinlashuvchi, ammo uning yig‘indisi berilgan *f*(*x*) funksiyadan farqli boshqa bir funksiyadan iborat. Bunga misol sifatida

 (4)

funksiyani qaraymiz. Bu funksiya ixtiyoriy marta differensiallanuvchi va uning barcha hosilalari *x*0=0 nuqtada *f* (*n*)(0)=0 (*n*=0,1,2,∙∙∙) shartni qanoatlantirishini ko‘rsatish mumkin. Shu sababli (4) funksiyaning Teylor qatori ko‘rinishda bo‘lib, uning yig‘indisi *S*(*x*)=0≠*f*(*x*) funksiyadan iboratdir;

* (3) qator yaqinlashuvchi va uning yig‘indisi berilgan *f*(*x*) funksiyaga teng .

Biz uchun oxirgi hol bo‘lishi maqsadga muvofiq va buning uchun *f*(*x*) funksiya qanday shartni qanoatlantirishi kerakligini aniqlaymiz. Bu maqsadda *f*(*x*) funksiya va uning (3) Teylor qatori bo‘yicha hosil qilingan ushbu funksiyani qaraymiz:

 . (5)

**Ta'rif**. (5) funksiya *f*(*x*) funksiya Teylor qatorining ***n-qoldiq hadi*** deyiladi.

(3) va (5) tengliklardan bevosita quyidagi teorema kelib chiqadi:

***1-TEOREMA:*** Berilgan *f*(*x*) funksiyaning (3) Teylor qatori *x=x*0 nuqtaning biror atrofida yaqinlashuvchi va uning yig‘indisi *f*(*x*) funksiyaga teng bo‘lishi uchun uning (5) qoldiq hadi shu atrofdagi barcha *x* nuqtalarda

**** (6)

shartni qanoatlantirishi zarur va yetarlidir.

Shunday qilib, (6) shart bajarilganda



yoki , qisqacha qilib yozganda,

 (7)

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Agar *f*(*x*) funksiya (1) ko‘rinishdagi biror darajali qatorga yoyilsa, bu qator albatta (7) Teylor qatoridan iborat bo‘lishi tushunarlidir. Bundan *f*(*x*) funksiya darajali qatorga yoyilsa, bu qator yagona ravishda aniqlanishi kelib chiqadi.

(6) shartni bevosita tekshirish qiyin va shu sababli Teylor qatorining (5) qoldiq hadini

 (8)

ko‘rinishda yozish mumkinligidan foydalanamiz (bu tasdiqni isbotsiz qabul etamiz).

**Ta'rif**. (8) tenglik *f*(*x*) funksiya uchun Teylor qatorining ***Lagranj ko‘rinishidagi n-qoldiq hadi*** deyiladi.

Teylor qatorining Lagrang ko‘rinishidagi (8) qoldiq hadidan foydalanib, (6) shart bajarilishi uchun yetarli shartni topamiz.

***2-TEOREMA:*** Agar *f*(*x*) funksiya va uning hosilalari biror [*x*0–α, *x*0+α] kesmada yuqoridan bir xil son bilan chegaralangan, ya’ni biror musbat *M* soni uchun

 (9)

tengsizliklar o‘rinli bo‘lsa, unda (6) shart bajariladi .

**Ta'rif**. (11) darajali qator *f*(*x*) funksiyaning ***Makloren qatori*** deb ataladi.

Makloren qatori uchun qoldir hadning Lagranj ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

 .

**Ayrim funksiyalarning Makloren qatorlari .** Dastlab bir nechta *f*(*x*) elementar funksiyalar uchun Makloren qatorlarini yozib, ularning yaqinlashish sohasini va berilgan *f*(*x*) funksiyaga yaqinlashuvini tekshiramiz.

* *f*(*x*)=sin*x*. Bu funksiya uchun ixtiyoriy tartibli hosila mavjud va ularni birin-ketin topamiz:

,

 .

Bu yerdan quyidagi tengliklarga ega bo‘lamiz:



 .

*f*(*x*)=sin*x* funksiya Makloren qatorining qoldiq hadini baholash uchun uning hosilalarini, keltirish formulalariga asosan,



ko‘rinishda yozish mumkinligidan foydalanamiz. Bu yerdan ixtiyoriy *x* uchun|*f*(*n*)(*x*) |≤1 ekanligi kelib chiqadi. Demak, 2-teoremaga asosan, *f*(*x*)=sin*x* funksiyaning Makloren qatori (–∞, ∞) oraliqda yaqinlashuvchi va uning yig‘indisi shu funksiyaning o‘ziga teng, ya’ni

**** .(12)

* *f*(*x*)=cos*x*. Bu funksiya uchun ham ixtiyoriy tartibli hosila mavjud va ular

,



tengliklar bilan aniqlanadi. Bu yerdan quyidagi tengliklarga ega bo‘lamiz:



 .

*f*(*x*)=cos*x* funksiya uchun ham uning hosilalarini



ko‘rinishda yozish mumkinligidan foydalanib, ixtiyoriy *x* uchun|*f*(*n*)(*x*) |≤1 ekanligini ko‘ramiz. Demak, 2-teoremaga asosan, *f*(*x*)=cos*x* funksiyaning Makloren qatori (–∞, ∞) oraliqda yaqinlashuvchi va

****  (13)

tenglik o‘rinlidir.

**ASOSIY ADABIYOTLAR**  
  
1. James Stewart. Calculus. Brooks/cole, Cengage learning USA,7 th edition, 2010.  
2. Erwin Kreyszig. Advanced engineering mathematics. Wiley international edition,USA, 9 th edition, 2006.  
3. N.P. Bali, P.N.Gupta, C.P.Gandhi. A textbook of B.Pharmaceutical Mathematics. Vol -1,2. Laxmi publications (P)ltd. New Dehli. Boston, USA. 2007.  
4. Soatov B. "Oliy matеmatika" t.1, 2-tom. Toshkent, "O'qituvchi", 1992.  
5. Ulug`murodov N.X. va boshqalar. Oliy Matematika. 1-3 qismlar. Toshkent. Tafakkur nashriyoti. 2013.  
6. Ulug`murodov N.X. Matematik statistika kursi. Toshkent. Turon-iqbol. 2006.  
7. Danko P.E. va boshqalar. Oliy matematika misol va masalalarda. O`zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti. Toshkent. 2007.  
8. Лобоцкая. "Высшая математика". Mинск.1987.  
9.В.П. Минорский . Сборник задач по высшей математике. Москва. 1978  
  
**QO`SHIMCHA ADABIYOTLAR**  
  
1. Аzlarov T, Мansurov H. Мatematik analiz asoslari. 2005.  
2. Bеrman: Matеmatik analizdan masalalar tuplami. 1989.  
3. Piskunov N.S. Diffеrеntsial va intеgral xisob kursi. 1, 2 jildi. 1985.  
4. Abdalimov B. va boshkalar. Oliy matеmatikadan masalalar еchishda qo'llanma. Toshkеnt. 1985.  
5. N.X.Samigova, D.A.Sunatova, B.E. Temirova. "Oliy matematika" dan oquv uslubiy qo`llanma. 2010.  
6. N.X.Samigova, D.A.Sunatova, B.E. Temirova . Oliy matematika fanining ehtimollar nazariyasi bo`limidan oquv uslubiy qo`llanma. 2010.  
7. Sh. R. Xurramov. Oliy matematika. Misol va masalalar, nazorat topshiriqlari. 1, 2 va 3- qismlar. Toshkent, "Fan va texnologiya", 2015.  
8. Minorskiy V.P.Oliy matеmatikadan masalalar to'plami. Moskva. 1987.  
9. Аtaxanov, Хodjaev. Matematik analizdan misol va masalalar to'plami. 2005.  
10. Samigova N.X., Sunatova D.A., Temirova B.E. Oliy matematika fanining "Математик тахлил" dan o`quv uslubiy qo`llanma. Toshkent. 2013.  
  
**INTERNET SAYTLARI**  
  
1. http://www.pharmi.uz  
2. http://www.ziyonet.uz  
3. http://www.rsl.ru  
4. http://www.nlr.ru  
5. http://www.msu.ru